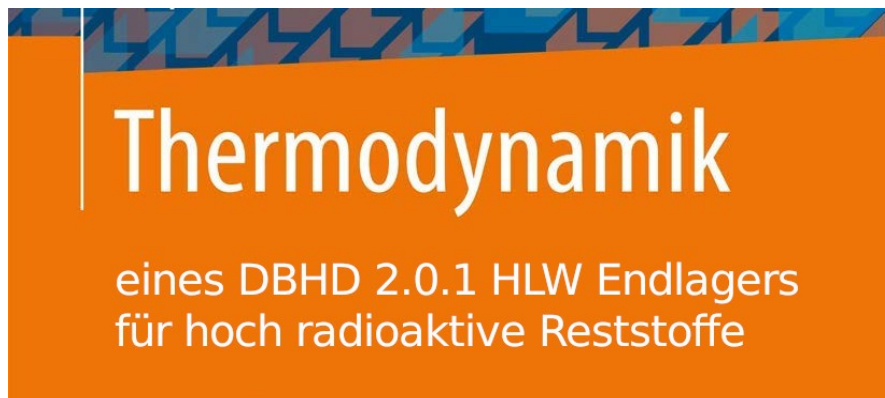


Numerische Berechnung des zeitlichen und räumlichen Temperaturverlaufs um bzw. in einem senkrechten DBHD Zylinder mit hoch radioaktiven Zerfallsprodukten. (HLW Endlager für Atommüll)

Dr. Gerhard Herres, Physiker, 22.01.2025 bis 10.05.2025

Von einer senkrechten 800 m hohen SBR Schachtbohrung mit dem Radius $R_i = 9,7$ m ausgehend, werden unter 45° Neigung nach unten radiale Bohrungen ausgeführt. In diese Bohrungen werden kleine zylindrische Endlager-Behälter-Gebinde von 17,1 cm Länge und 8,6 cm Durchmesser eingeschoben. Damit die Wärmebelastung nicht zu hoch wird, wird nach jedem Behälter das zuvor ausgebohrte Steinsalz wieder eingefüllt, so dass ein passender Abstand zum nächsten Behälter eingehalten wird. Dieses Steinsalz ist als kleinzerteilter Grus nicht so dicht wie das umgebende Steinsalz und kann die Wärmeausdehnung des Salzes bei der nachfolgenden Erwärmung teilweise kompensieren. Die äußerste Grenze der Bohrungen liegt bei $R_b = 252,2$ m.

Die Wärmeentwicklung pro Behälter beträgt zwar nur 4,31 W, aber es werden insgesamt 4,75 Millionen Behälter eingelagert, so dass insgesamt zu Beginn ein Wärmestrom von $\dot{Q}_0 = 20,473$ MW frei wird.



Die Zerfallsrate des radioaktiven Materials liegt bei $b = 4,588 \cdot 10^{-10}$ 1/s. Daraus ergibt sich über eine unendlich lange Zeitspanne eine freigesetzte Wärmemenge von

$$Q_{ges} = \int_0^{\infty} \dot{Q}_0 \cdot \exp(-b \cdot t) dt = 4,462 \cdot 10^{16} J = 44,62 PJ$$

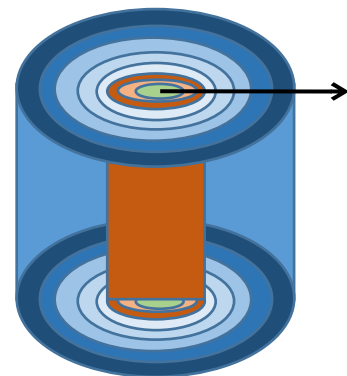
Wenn das Salz diese Wärme nicht ableiten würde, dann würde die Temperatur in dem mit Bohrungen versehenen Volumen $V = H \times R_b^2 = 800 \text{ m} \times 252,2^2 \text{ m}^2 = 159.856.398 \text{ m}^3$ stark ansteigen. Die innere Energie des Salzes würde um $U = m \times c_p \times T = Q_{\text{ges}}$ zunehmen.

Daraus folgt eine Temperaturerhöhung von $T = Q_{\text{ges}} / (V \times c_p) = 4,462 \times 10^{16} \text{ J} / (159.856.398 \text{ m}^3 \times 2.200 \text{ kg/m}^3 \times 1.200 \text{ J/(kgxK)}) = 105,7 \text{ K}$. Würde man alle 4,75 Millionen Behälter in der zentralen Bohrung mit dem wesentlich kleineren Volumen $V_B = H \times R_i^2 = 800 \text{ m} \times 9,7^2 \text{ m}^2 = 236.474 \text{ m}^3$ ablegen, dann stiege die Temperatur um $T_{\text{max}} = +71.517 \text{ K}$. Schon nach wenigen Wochen wären alle Behälter und das umgebende Salz geschmolzen. In der Salzschmelze würden die Endlager-Behälter-Gebinde unkontrolliert absinken und sich eventuell zusammenballen. Die dort freigesetzte Wärme würde eine Salzschmelze-Plume bilden, die wie eine Magmakammer das darüber liegende Gestein teilweise aufschmelzen würde.

Die Wärme kann nicht wie bei oberirdischer Lagerung von der Luft abtransportiert werden und muss deshalb durch Wärmeleitung vom umgebenden Salz aufgenommen werden.

Eine analytische Lösung der Wärmeleitungsgleichung ist sehr schwierig und wird deshalb hier durch eine numerische Näherungslösung ersetzt. Eine Berechnung mit Excel (ca. 105 MB) befindet sich im Anhang.

Die numerische Lösung der Differentialgleichung folgt der Vorgehensweise im Lehrbuch Baehr/Stephan, Wärme- und Stoffübertragung, Kap. 2.4.4.2. Dazu wird das Volumen in Zylinderschalen gleicher Dicke geteilt und nur mit radialer Wärmeleitung gerechnet. Das ist gerechtfertigt, da die gesamte Länge des Zylinders mit 800 m deutlich länger ist als der Radius mit $R_b = 252,2 \text{ m}$. Eine genauere Rechnung würde eine 3-dimensionale Betrachtung erfordern, die auch die Wärmeleitung in axialer Richtung, also nach oben, berücksichtigt.



Die Ortskoordinate wird mit dem unteren Index i , die Zeitkoordinate mit dem oberen Index k bezeichnet. Aus den Temperaturwerten ϑ_i^k zum Zeitpunkt k kann man die Temperatur zum nachfolgenden Zeitpunkt $k+1$ berechnen.

$$\vartheta_i^{k+1} = M \left(1 - \frac{\Delta r}{2r_i} \right) \vartheta_{i-1}^k + (1 - 2M) \vartheta_i^k + M \left(1 + \frac{\Delta r}{2r_i} \right) \vartheta_{i+1}^k$$

In der Zone, die durch den radioaktiven Zerfall beheizt wird, muss ein Term addiert werden, der die Quellstärke \dot{W}_i^k [W/m³] berücksichtigt.

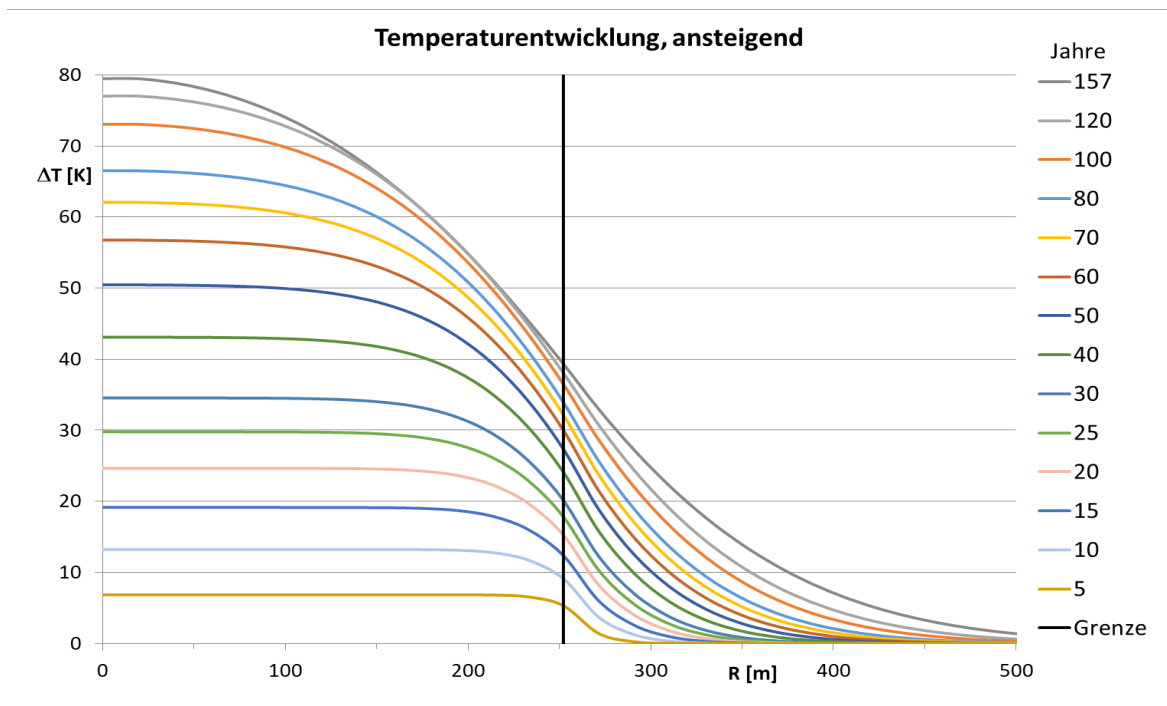
$$\left(M \cdot \Delta r^2 / \lambda \right) \cdot \dot{W}_i^k$$

Dabei steht r für den räumlichen Abstand der Gitterpunkte der Rechnung, λ ist die Wärmeleitfähigkeit, $a = \lambda / (\rho \cdot c_p)$ die Temperaturleitfähigkeit des Salzes. M ist der Modul

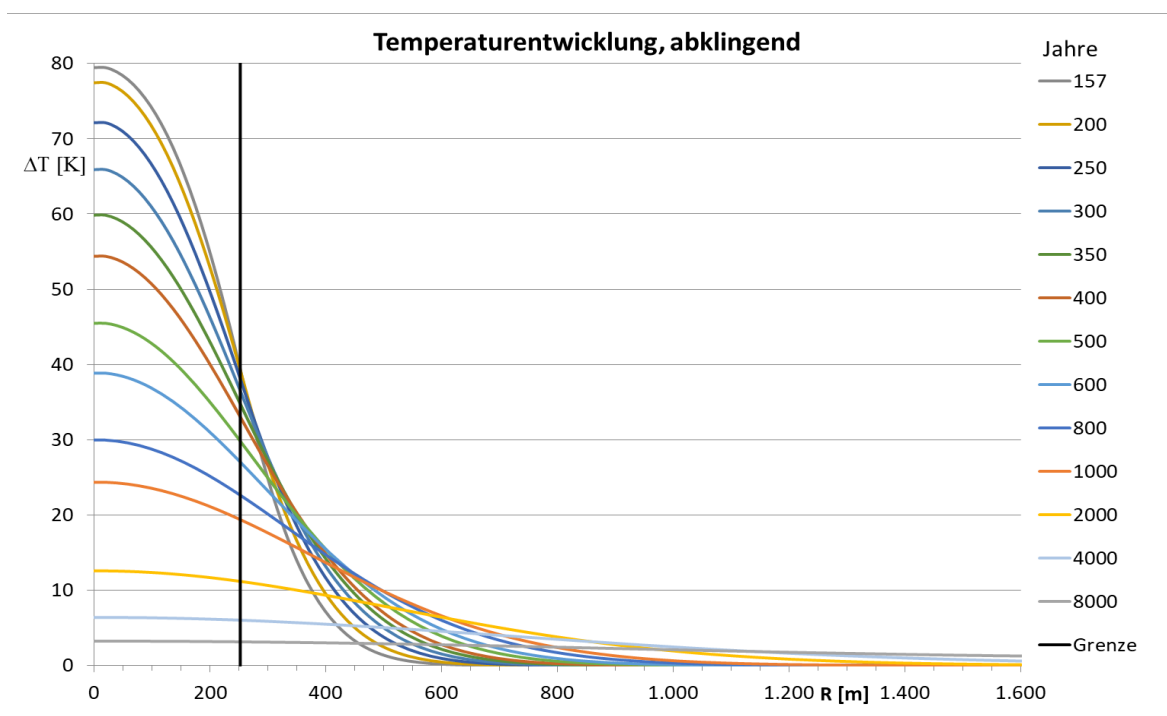
$$M = a \Delta t / \Delta r^2 \leq \frac{1}{2}$$

Der Modul enthält die physikalischen Parameter Wärmeleitfähigkeit, Dichte und spezifische Wärmekapazität c_p und beschreibt wie sich die Energie räumlich und zeitlich ausbreitet. Dieser Wert muss aus Stabilitätsgründen kleiner $\frac{1}{2}$ gewählt werden. Mit $r = 9,7$ m, $a = 2,045 \times 10^{-6}$ m²/s und $t = 7.889.400$ s = $\frac{1}{4}$ Jahr wird $M = 0,1715$. Eine Rechnung mit dem doppelten Zeitschritt wäre auch möglich gewesen, ist aber ungenauer. Mit der genannten Auflösung wird die Exceldatei schon 105 MB groß. Die Berechnung der Volumenvergrößerung erfordert eine noch größere Exceldatei, weshalb die räumliche Auflösung $r = 19,4$ m und die zeitliche Auflösung $t = 1$ Jahr gewählt wurde. Das hat allerdings einen Verlust an Genauigkeit zur Folge, so dass die Maximale Temperatur etwas geringer ist als bei der ersten Berechnung.

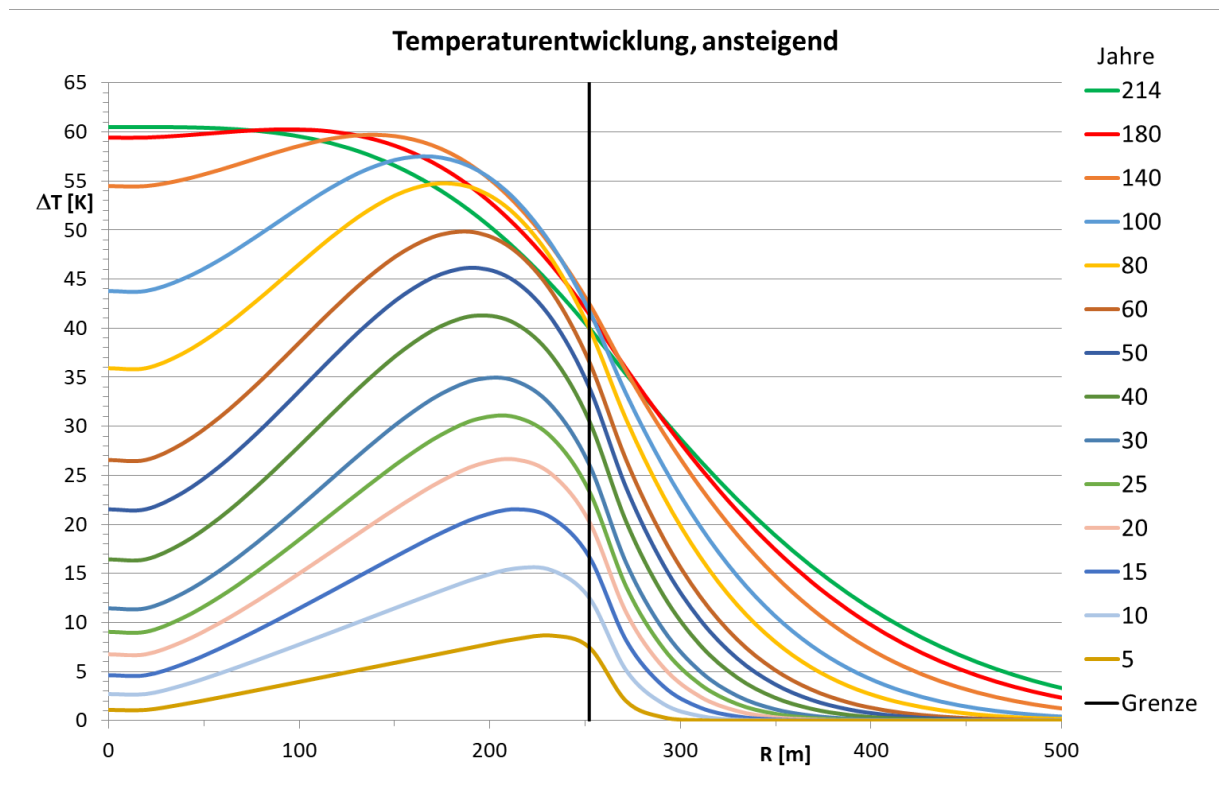
Die beiden folgenden Bilder geben die Temperaturentwicklung in Abhängigkeit vom Radius und der Zeit an. Die Legende rechts gibt die Zeit in Jahren, die horizontale Achse den Radius in m, die senkrechte Achse die Temperaturerhöhung in K. Der senkrechte Strich gibt die Grenze der beheizten Zone an. Die Wärmeentwicklung ist über den Radius konstant, so dass die Temperatur in der gesamten Einlagerungszone gleichmäßig ansteigt.



Die Temperatur steigt im Zentrum zuerst schnell an, bis sie nach etwa 155 Jahren ein Maximum von $T = 85,026$ K über der Anfangstemperatur erreicht (1. Berechnung). In der Berechnung mit geringerer Auflösung steigt die Temperatur in 158 Jahren um $T = 79,46$ K. Am Rand der beheizten Zone krümmen sich alle Linien parabelförmig nach unten, was durch die Wärmeleitung nach außen verursacht wird. Im stationären Fall würde der Temperaturverlauf durch eine nach unten geöffnete Parabel dargestellt. Im Außenbereich ähneln die Linien ebenfalls Parabeln, die nach oben geöffnet sind.



Die fast homogene Wärmeentwicklung hat allerdings zur Folge, dass im Zentrum die Temperatur stärker ansteigt als am Rand der beheizten Zone. Die Wärme muss einen weiten Weg zurücklegen, um in den Außenbereich zu gelangen. Eine verbesserte Anordnung legt die Behälter außen enger und innen weiter auseinander, so dass die Wärmestromdichte mit dem Radius linear ansteigt. Als Folge wird es außen zuerst wärmer als im Zentrum und ein Teil der Wärme wird zur Mitte geleitet, der größere Anteil aber weiter nach außen, wobei für diese Anordnung der Weg nach außen kürzer ist. Insgesamt bleibt dabei die Temperatur im Mittel kleiner, was auch eine geringere Volumenvergrößerung bewirkt.



DBHD 2.0.1 in Auslegung 5. 337 m
 bei "genau richtiger Anordnung" der
 Endlager-Gebinde, als + 60 K End-
 lager baulich möglich. 10.05.2025

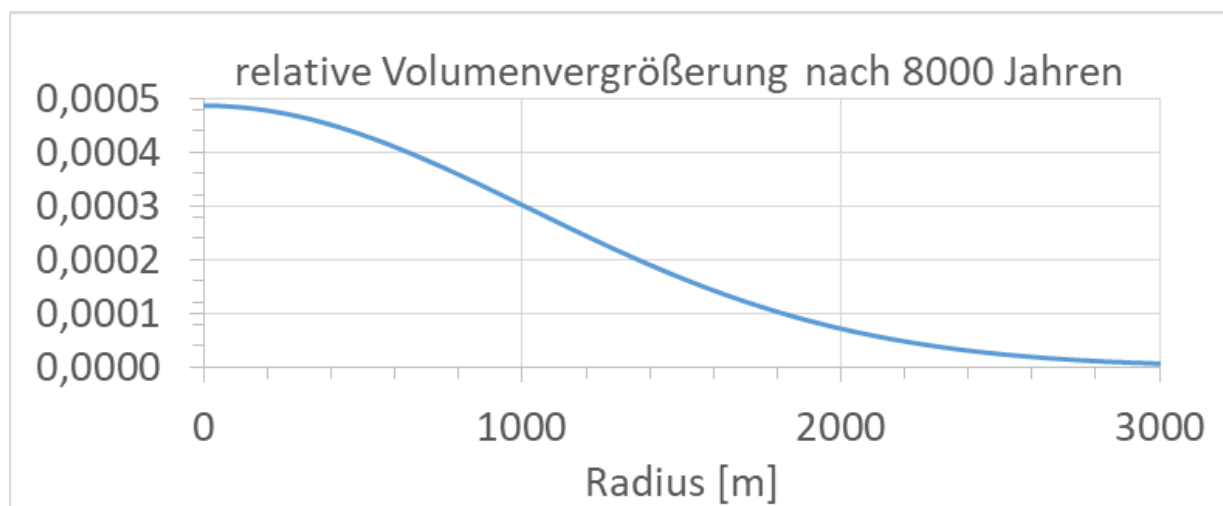
In dieser Berechnung steigt die Temperatur in 215 Jahren um $T = 60,5 \text{ K}$. Diese im Zentrum geringere Wärmestromdichte bewirkt, dass dort die gemittelte Temperatur den maximalen Temperaturwert $T_{\text{max}} = +30 \text{ K/km} \times 2,2 \text{ km} + 60 \text{ K} = 126 \text{ °C}$ nicht überschreitet.

Damit sich die Linien nicht zu sehr überlagern, ist für die Zeit ab 214 Jahren ein zweites Diagramm zu sehen. Zu bedenken ist hier, dass sich nach sehr langer Zeit die Wärme über ein wesentlich größeres Volumen verteilt. Bei $R = 1.500 \text{ m}$ ist das Volumen nicht 6 mal, sondern 36 mal so groß wie die beheizte Zone. Nach 8.000 Jahren ist das Zentrum nur noch $3,22 \text{ K}$ wärmer als vor der Einlagerung der Behälter.

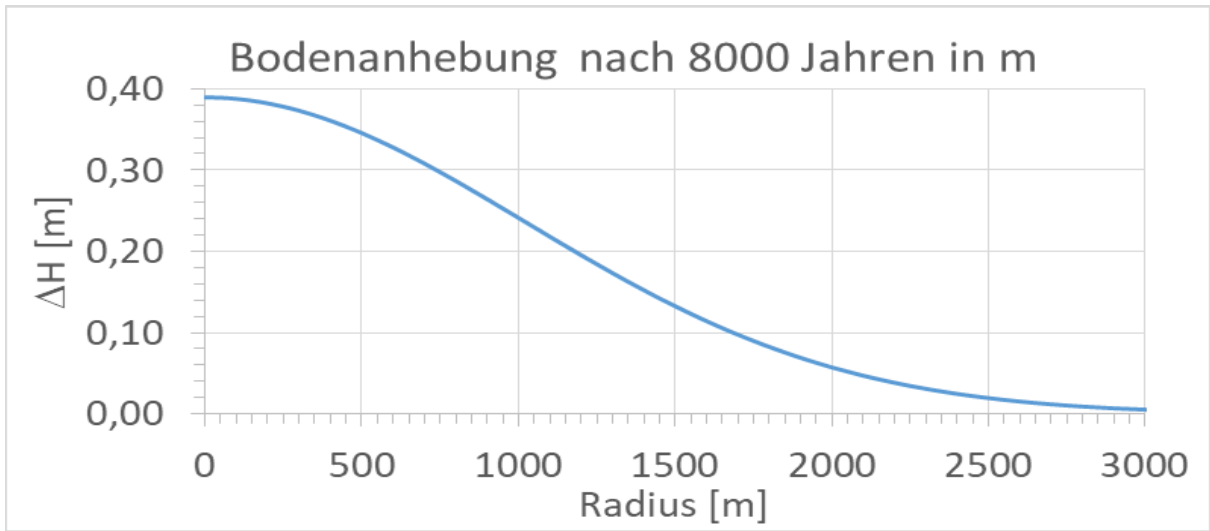
Die Berechnung erfolgte für einen Zylinder. Möglich wäre eine Geometrie, bei der die unteren Bohrungen länger als die oberen sind. Das hätte zur Folge, dass in den unteren Schichten im Zentrum höhere Temperaturen erreicht werden, als hier berechnet.

Wenn in anderen Staaten eine höhere Temperatur akzeptiert werden soll, ist es möglich, die Behälter enger zu lagern, indem die Bohrungen nicht so tief ausgeführt werden und damit die mittlere Wärmeproduktion pro m^3 höher ausfällt.

Durch die Erwärmung des Salzes dehnt es sich aus, was umso stärker ist, je wärmer das Salz wird. Deshalb ist in der Einlagerungszone eine wesentlich größere Volumenvergrößerung zu erwarten als in der Peripherie. Im folgenden Bild ist die relative Volumenvergrößerung nach 8.000 Jahren zu sehen. Sie ist bezogen auf das Volumen des 800 m hohen Zylinders.

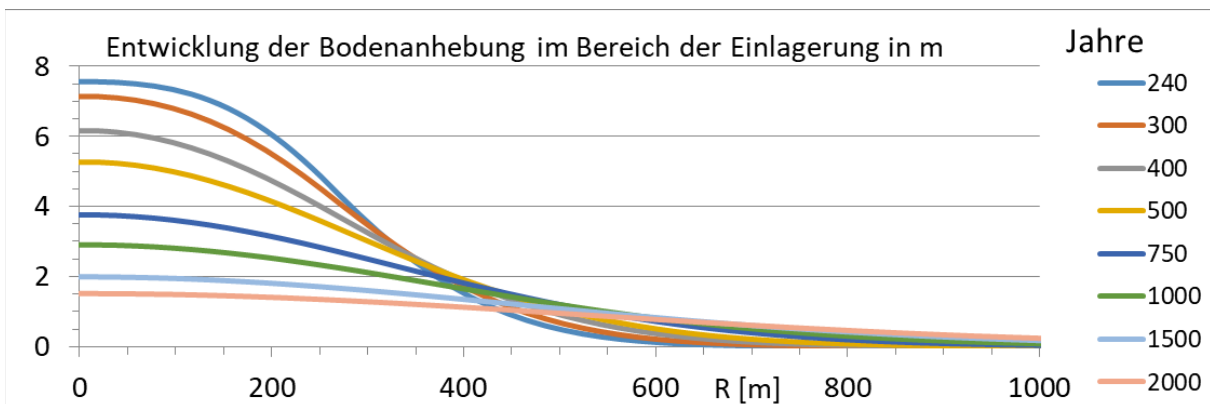
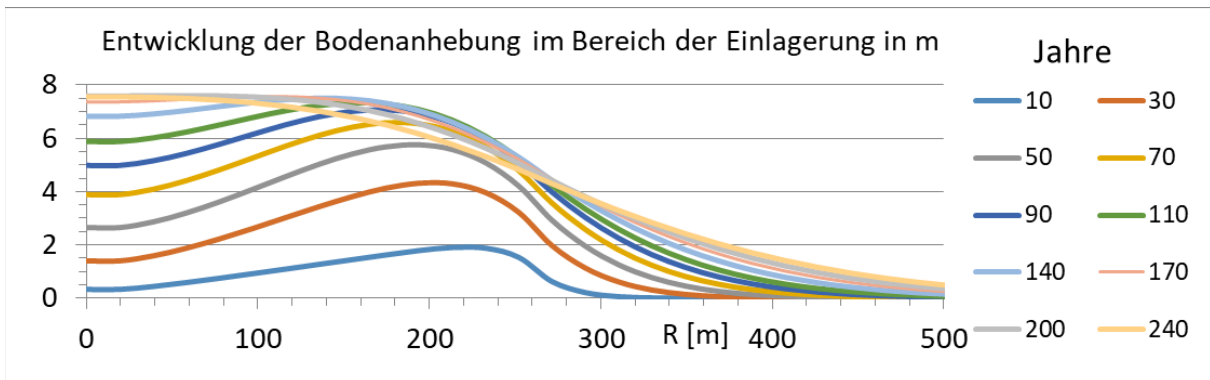


In absoluten Größen ist diese Bodenanhebung aber in der Landschaft kaum wahrnehmbar.



Die größte Bodenanhebung erfolgt aber schon nach etwa 190-220 Jahren im Zentrum.

Im ersten Bild ist die Bodenanhebung 20-fach überhöht gegenüber der horizontalen Achse.



Über Einlagerungszone hebt sich der Boden innerhalb von 240 Jahren um maximal 7,6 m, sinkt aber dann im Laufe von 1.760 Jahren wieder auf 1,5 m ab. Würde man versuchen diese Bodenanhebung über der

Einlagerungszone zu verringern, dann würde sich nach einigen Jahrhunderten dort eine Mulde bilden, denn in den umgebenden Bereichen ist ja keine Kompensation der Volumenausdehnung erfolgt. Andererseits ist eine Anhebung von 7,6 m über einem Kreis von fast 500 m Durchmesser nur eine geringfügige Änderung der Topographie. Hätte man eine Volumenerhöhung von 2 m kompensiert, dann wäre nach 240 Jahren zwar die Anhebung nur 5,6 m, nach 2000 Jahren aber unter dem Anfangsniveau und beim Radius 250 m entstünde eine Stufe auf das Niveau des nicht kompensierten erhöhten Volumens.

Man sollte dieses Gelände nach Abschluss aller Arbeiten mit einem Wald bepflanzen und ihn zum Bannwald erklären. Dann würden keine Gebäude dort errichtet, die nach Jahrzehnten schief stehen würden. Bergschäden sind im Ruhrgebiet und anderen Abbaugeländen von Bodenschätzen hinreichend bekannt und in tausend Jahren wird sich niemand dafür zuständig fühlen.

In dieser Berechnung ist noch nicht berücksichtigt, dass das wieder eingefüllte Salz als Salz-Grus eine geringere Dichte hat als das feste Salz, welches herausgebohrt wurde. Das Salz ist unter Druck plastisch, besonders, wenn es erwärmt wird. So werden diese Hohlräume zusammengedrückt und kompensieren die Ausdehnung des erwärmten Salzes.

Das Volumen der zentralen Haupt-Bohrung beträgt $9,7 \text{ m} \times 9,7 \text{ m} \times 800 \text{ m} = 236.354 \text{ m}^3$. Füllt man Salz-Grus ein, so hat dieses wegen der geringeren Dichte nur ein Volumen von $V_{SG} = 236.354 \text{ m}^3 \times 1,4/2,2 = 150.407 \text{ m}^3$. Die Differenz sind Hohlräume zwischen den Partikeln $V_{HR} = 85.947 \text{ m}^3$. Diese Hohlräume werden bei der Wärmeausdehnung des umgebenden Salzes zusammengedrückt. Wird das Volumen der Haupt-Bohrung auch für mittel und schwach radioaktiven Atommüll genutzt, steht weniger Raum für Salz-Grus zur Verfügung. Die Wärmeentwicklung dieser nicht so stark strahlenden Abfälle ist gegenüber dem hochradioaktiven Müll vernachlässigbar.

Das Volumen aller 60.900 peripheren 6 Zoll Lager-Bohrungen beträgt

$$V_{pB} = 60.900 \times 3,14 \times 0,1524^2 \text{ m}^2 \times 337 \text{ m} = 374.375 \text{ m}^3$$

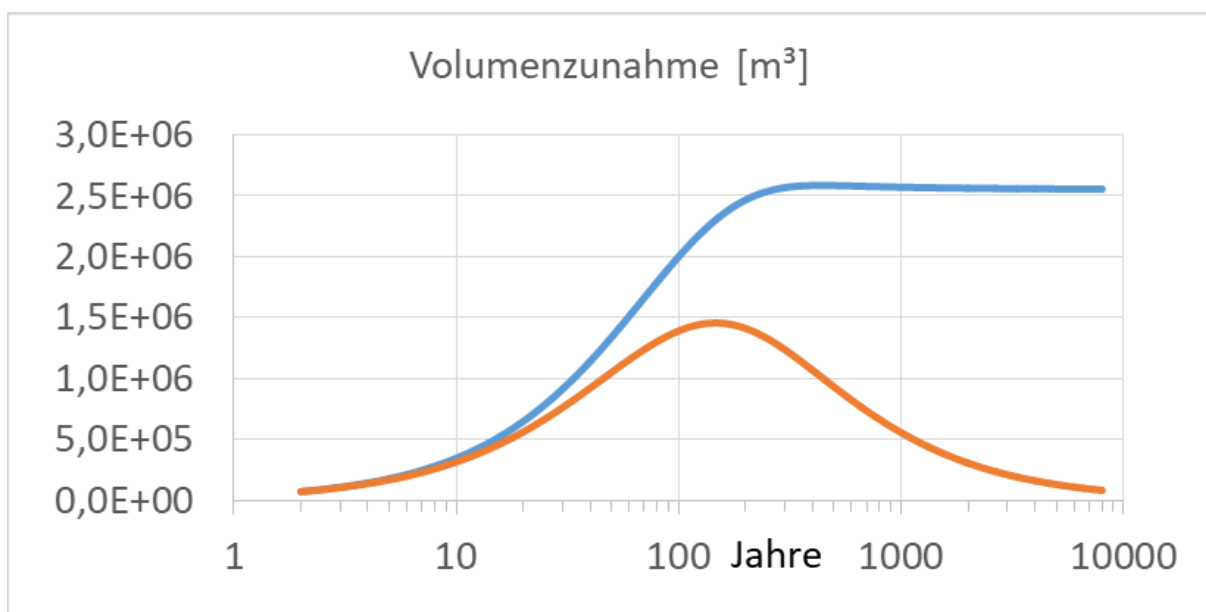
Das gesamte Volumen der Endlager-Gebinde beträgt:

$$V_{EB} = 86^2 \text{ mm}^2 \times 3,14 \times 171 \text{ mm} \times 4.750.000 = 4.718,2 \text{ m}^3$$

Das freie Volumen in den Bohrungen ist demnach $V_f = 369.656,9 \text{ m}^3$. Würde dieses Volumen mit Salz-Grus verfüllt, stünden nur $369.656,9 \text{ m}^3 / 2,2 \times 0,8 = 134.420,7 \text{ m}^3$ als Hohlraum zur Verfügung. Nimmt man stattdessen „Badenudeln“ (luftige Schaumstoff-Schwimmkörper, 2% Feststoff), die sich fast vollständig zusammendrücken lassen, dann stehen rund 362.263 m^3 zur Volumenkompensation bereit. Zusammen mit dem Hohlraumvolumen der Haupt-Bohrung sind es dann $V_{Komp} = 448.210 \text{ m}^3$.

Die Volumenzunahme in der Einlagerungszone erreicht nach etwa 146 Jahren 1,46 Mill. m³. Man könnte also etwa 30% der Bodenhebung über der Einlagerungszone kompensieren. Die maximale Volumenzunahme ist nach etwa 438 Jahren mit 2,585 Mill. m³ erreicht. Davon befindet sich der größte Teil im Außenbereich, denn in der Einlagerungszone kühlt das Salz nun langsam ab und schrumpft, während sich außen durch die dorthin diffundierte Wärme das Salz ausdehnt. Zu sehen ist das an den beiden Kurven im folgenden Diagramm.

Die blaue Kurve stellt die gesamte Volumenvergrößerung dar, die orange Kurve die Volumenzunahme der Einlagerungszone. Die Differenz beider Kurven ist die Volumenzunahme im Außenbereich. Zu beachten ist die logarithmische Auftragung der Zeitachse.



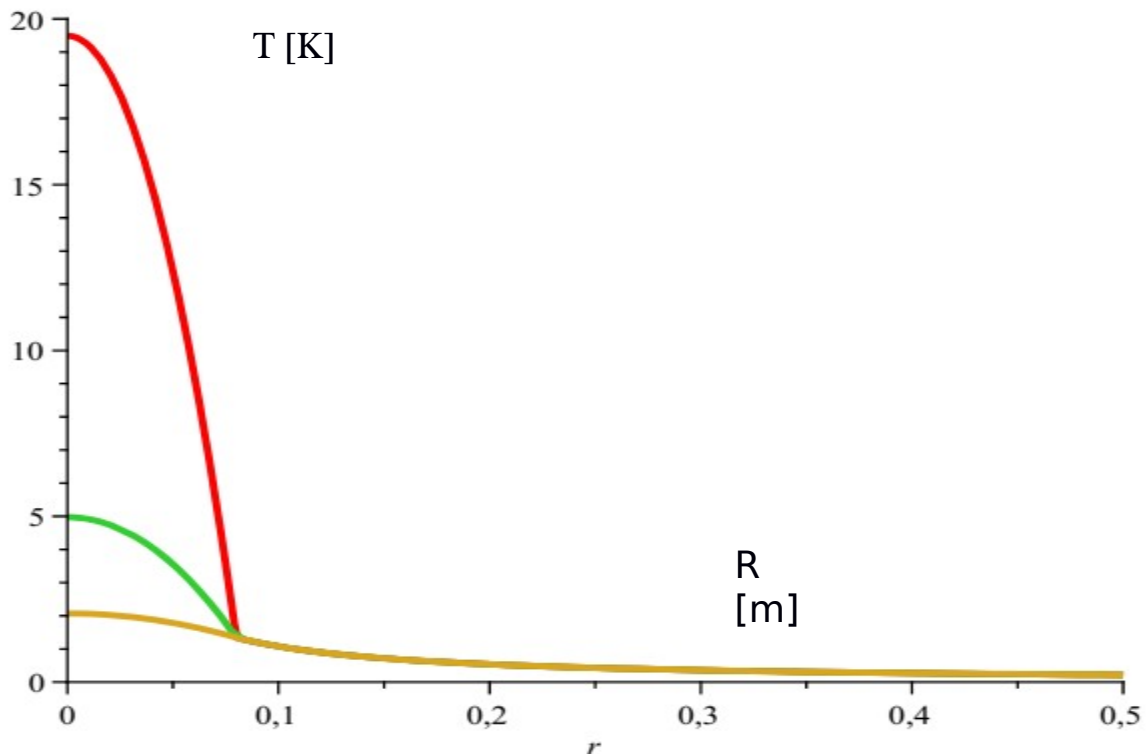
Die „Endlager-Gebinde“ haben einen schichtartigen Aufbau. Ganz innen befindet sich das radioaktive Material. Außen ist eine Edelstahlhülle mit guter Wärmeleitfähigkeit ($= 15 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$). Weiter aussen folgen Blei-Schutz-Kugeln, die die radioaktive Strahlung abschirmen, $= 35 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$. Eine weiche Polyethylenhülle, $= 0,35 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$, hält die Blei-Schutz-Kugeln zusammen. Die Wärmeleitfähigkeit des Salzes beträgt $= 5,4 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$. Eine vereinfachte Rechnung zeigt, dass selbst bei sehr dicker PE-Hülle die Temperatur im Inneren weniger als 20 K wärmer ist als die weitere Umgebung.

Da die Wärme nicht homogen im gesamten Volumen freigesetzt wird, sondern aus den vergleichsweise kleinen Behältern heraus fließt, gibt es in einem engen Bereich um jeden Behälter eine höhere Temperatur als im Mittel. Für jeden Behälter steht ein Volumen V_1 von $V_1 = 159.856.398 \text{ m}^3 / \square$ 4,75 Mill. $= 33,65 \text{ m}^3$ zur Verfügung.

In der numerischen Näherungsrechnung wird die kleinräumige Anordnung nicht berücksichtigt, sondern nur mit einer durchschnittlichen Wärmestromdichte von

$$\dot{W}_0 = \dot{Q}_0 / V = 20,473 \text{ MW} / 159.856.398 \text{ m}^3 = 0,128 \text{ W/m}^3 \text{ gerechnet.}$$

Dazu ist noch zu berücksichtigen, wie sich die fast punktförmig freigesetzte Wärme um jeden Behälter verteilt. Das Berechnungsverfahren ist bei Baehr/Stephan im Kap. 2.3.7. beschrieben. Das folgende Bild zeigt die Temperaturverläufe für drei verschiedene Wärmeleitfähigkeiten im Inneren der Endlager-Gebinde. Die rote Kurve steht für eine sehr schlechte Wärmeleitfähigkeit von nur = 0,2 W/(m*K), die grüne Kurve für einen mittleren Wert von = 1 W/(m*K), die gelbe Kurve für einen Wert von = 5 W/(m*K).



Meiner Meinung nach stellt das DBHD Konzept einer Lagerung der hochradioaktiven Abfälle das bisher beste bekannte Verfahren dar, um die nachfolgenden Generationen und die Umwelt vor den Gefahren des Atommülls zu schützen. Anders als in den in Deutschland bisher genutzten Salz- oder Eisenerzgruben liegt die Einlagerung so tief, dass seit mindestens 250 Millionen Jahren kein Wasser dorthin gelangt ist und selbst die Eiszeiten haben diese Salzlager nicht beeinflusst.

Legende der verwendeten Formelzeichen

a	Temperaturleitfähigkeit = $\lambda/\rho \cdot c_p$	m ² /s
ρ	Dichte	kg/m ³
c_p	Spezifische Wärmekapazität	J/(kg*K)
λ	Wärmeleitfähigkeit	W/(m*K)
t	Zeit	s
R,r	Radius	m
ϑ, T	Temperatur	K
m	Masse	kg
V	Volumen	m ³
\dot{Q}_0	Wärmestrom zu Beginn	W
Q_{ges}	Gesamter Wärmestrom in Mill. Jahren	J
b	Radioaktive Zerfallsrate	1/s
M	Modul der numerischen Berechnung = $a \cdot \Delta t / \Delta r^2$	-

Verfasser Dr. Gerhard Herres - Physiker - Schwerpunkt Thermodynamik / Wärme-übertragung

Ich habe meine Berechnungs-Expertise eingebracht, weil eine Gruppe von Architektur-Planern, Bau-Ingenieuren und Material-Wissenschaftlern 14 Jahre ! gearbeitet hat, um ein sicheres Endlager zu entwickeln.

Mir ist zugesichert worden, dass die DBHD Planung folgende Eigenschaften hat : "Tief, deshalb trocken, gas-dicht verschließbar und mit Nachweis der dauerhaften Unterkritikalität unter Endlager-Umgebungs-Bedingungen"

Ich bin als Physiker seit 2018 immer mal wieder für DBHD tätig gewesen, z. B. Die Wasser-Kühl-Anlage für die DBHD Schacht-Bergwerk-Baustelle und Berechnung der Temperaturerhöhung und Volumenausdehnung für die frühe DBHD 1.3 Planung und jetzt die finale DBHD 2.0.1 Planung.

Architektur-Planer sind im Bereich Thermodynamik oft wenig trittsicher.

Ich wünsche allen Beteiligten viel Erfolg und gehe davon aus, dass andere Physiker meine Berechnungen mit moderner Multiphysics Software bestätigen und noch weiter präzisieren werden.

Paderborn, Deutschland, EU

10.05.2025